И. Г. Полегенько

НАСТРОЙКА НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКИХ ВЕКТОРОВ

Методы анализа и обработки информации постоянно совершенствуются. При этом, наряду с широко применяемыми методиками математического моделирования, все шире развиваются и используются другие, нетрадиционные подходы. Один из них связан с искусственными нейронными сетями, другой – с использованием систем, основанных на принципах нечеткой логики.

Первые попытки создания и исследования искусственных нейронных сетей были предприняты несколько десятилетий назад, в работе Дж. Маккалока и У. Питса (1943 г.) [1]. Многие идеи, выдвинутые ими, остаются актуальными и сегодня. Нейронные сети являются математическим аналогом биологического нейронного строения мозга. В дальнейшем были продолжены исследования и разработаны основы для построения и применения искусственных нейронных сетей. В 90–х годах начинается массовое использование искусственных нейронных сетей при решении ряда практических задач, таких как распознавание образов, выполнение прогнозов, построение систем управления.

Также к системам обработки информации относятся системы, основанные на использовании нечеткой логики [2]. Нечеткая логика (fuzzy logic) является обобщением булевой логики, оперирующей с двоичными числами, соответствующих понятиям истина и ложь. В нечеткой логике эти понятия обобщаются и на все промежуточные между истиной и ложью состояния. В соответствии с этим нечеткая логика оперирует числами из интервала [0,1], которые отражают степень истинности высказывания. Впервые теория нечетких множеств была сформулирована профессором Калифорнийского университета Лотфи Заде [3].

Нечеткая логика опирается на многие практические потребности прикладных наук, оперирующих с не полностью достоверной и противоречивой информацией. К ним относятся, например, теория управления и принятия решений по неполной информации. С помощью нечеткой логики удобно строить системы управления сложными технологическими процессами. Также нечеткая логика нашла применение в бытовой электронике, диагностических и других экспертных системах.

Рассмотрим процесс работы нейронной сети, обученной на принципах алгоритма обратного распространения ошибки [3], с нечетким входным сигналом.

На рисунке 1 показана двухслойная нейронная сеть с тремя входными и одним выходным элементом, которая характеризуется входным вектором $X = (x_1, x_2, x_3)$, матрицами весовых коэффициентов $W_1 = \{w_{ij}\}$, где $i,j = 1, 2, 3$ и $W_2 = (w_1, w_2, w_3)$, которые связывают слои X-Z и Z-Y, соответственно. Сеть являлась предварительно настроенной для случая, когда элементы вектора X являлись четкими действительными числами.

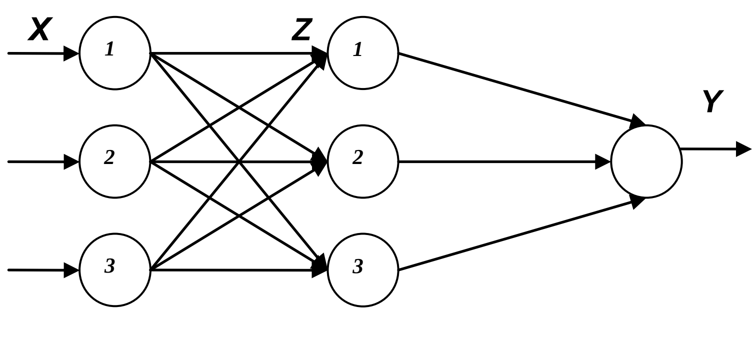

Рис. 1. Нейронная сеть

Вектор промежуточного слоя Z вычисляется по формуле

$$Z = X \bullet W_1, \qquad (1)$$

где операция «$\bullet$» обозначает матричное умножение. Результатом операции (1) является вектор вида $Z = (z_1, z_2, z_3)$.

Значения выходного вектора рассчитываются аналогичным образом:

$$Y = Z \bullet W_2 \qquad (2)$$

Рассмотрим процесс функционирования данной сети в случае, когда элементы входного вектора X задаются нечеткими числами вида:

$X_i = < x_i, \alpha, \beta >,$

где $\alpha, \beta \in R$ являются, соответственно, левой и правой границами размытости нечеткого числа, x_i – является точным значением [4]. Вид нечеткого числа представлен на рисунке 2.

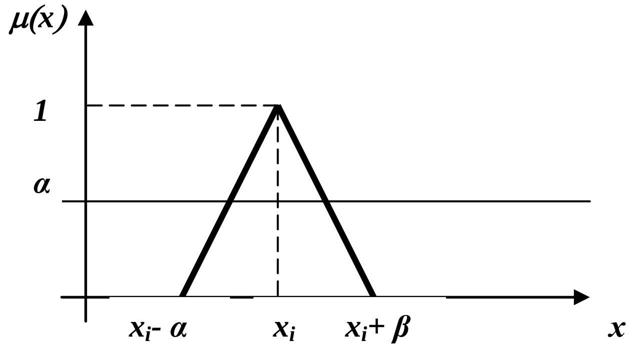

Рис.2. Нечеткое треугольное число X

Вектор запишется в виде

$$X = (< x_1, \alpha_1, \beta_1 >, < x_2, \alpha_2, \beta_2 >, < x_3, \alpha_3, \beta_3 >). \qquad (3)$$

Значения весовых коэффициентов матриц W_1 и W_2 остаются неизменными.

При использовании формул (1) и (2), получившиеся значения векторов X и Y также становятся нечеткими, в соответствии с определением размытой операции (*) [2].

На множестве нечетких чисел размытая операция для любых двух нечетких чисел

$A = < a, \alpha_1, \beta_1 >$ и $B = < b, \alpha_2, \beta_2 >$

будет определяться следующим образом:

$$A \bullet B = \{ C | \ C = < c, \ \alpha', \ \beta' >, \ где\ c = a \bullet b, \ \alpha', \beta' \in R \}. \qquad (4)$$

Заметим, что результатом операции является множество, где элементы

$\alpha' = \max\{ \alpha_1, \alpha_2 \}, \ \beta' = \max\{ \beta_1, \beta_2 \}$ являются его границами.

Элемент матрицы Z определяется по формуле (4) и будет являться нечетким числом:

$$z_1 = < x_1, \alpha_1, \beta_1 > \bullet w_{11} + < x_2, \alpha_2, \beta_2 > \bullet w_{21} + < x_3, \alpha_3, \beta_3 > \bullet w_{31} =$$

$$= < x_1 \bullet w_{11}, \alpha_1, \beta_1 > + < x_2 \bullet w_{21}, \alpha_2, \beta_2 > + < x_3 \bullet w_{31}, \alpha_3, \beta_3 > =$$

$$= < x_1 \bullet w_{11} + x_2 \bullet w_{21} + x_3 \bullet w_{31}, \ \max\{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \}, \ \max\{ \beta_1, \beta_2, \beta_3 \} > = < z_1, \alpha, \beta >,$$

где $\alpha = \max\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}, \ \beta = \max\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$.

Аналогичным образом находятся элементы z_2 и z_3.

Вектора Z и Y принимают вид (5), (6):

$$Z = (<z_1, \alpha\ \alpha>, <z_2, \alpha, \beta>, <z_3, \alpha, \beta>), \tag{5}$$

$$Y = (<y_1, \alpha, \beta>), \tag{6}$$

где $\alpha = \max\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta = \max\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$, $y_1 = z_1 \bullet w_1 + z_2 \bullet w_2 + z_3 \bullet w_3 . \boldsymbol{y_1}$

Очевидно, что введение в качестве входного вектора нечетко определенного числа не изменит настроенные весовые коэффициенты и нейронная сеть будет функционировать в заданном режиме.

Рассмотрим изменение выходного сигнала нейронной сети в случае подачи на вход сигнала вида:

$$X = (<x^1, 0, 0>, <x_2, \alpha_2, \beta_2>, <x_3, \alpha_3, \beta_3>), \tag{7}$$

где $x^1 \in (x_1 - \alpha_1,\ x_1 + \beta_1)$ или иначе $|\ x^1 - x_1\ | \le \min(\alpha_1, \beta_1)$, рисунок 3.

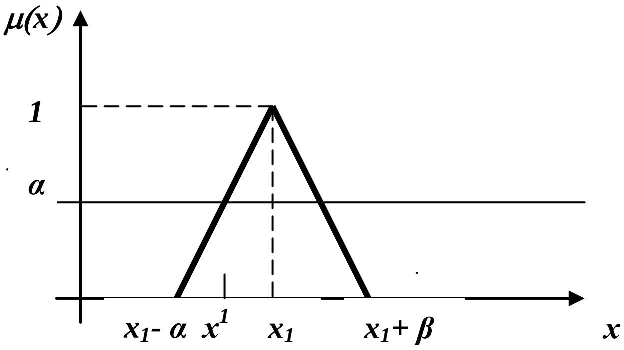

Рис.3. Нечеткое треугольное число X_1 с введенным сигналом

Очевидно, что значения векторов промежуточного и выходного слоев, вычисленные по формулам (1) и (2), в соответствии с действиями над нечеткими числами (4) [3], изменятся и примут вид:

$$Z = (<z^1, \alpha^1, \beta^1>, <z^2, \alpha^1, \beta^1>, <z^3, \alpha^1, \beta^1>), \tag{8}$$

$$Y = (<y^1, \alpha^1, \beta^1>), \tag{9}$$

где $z^i = x^1 \bullet w_{i1} + x_2 \bullet w_{i2} + x_3 \bullet w_{i3}$, $\alpha^1 = \max\{\alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta^1 = \max\{\beta_2, \beta_3\}$,

$y^1 = z^1 \bullet w_1 + z^2 \bullet w_2 + z^3 \bullet w_3$, $\alpha^1 = \max\{\alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta^1 = \max\{\beta_2, \beta_3\}$.

Для нормального функционирования сети необходимо, чтобы получившиеся значения попадали в границы размытости нечеткого числа, определенного в (3), то есть выполнялись условия:

$$|\ z^1 - z_1\ | \le \min(\alpha, \beta), \tag{10}$$

$$|\ y^1 - y_1\ | \le \min(\alpha, \beta), \tag{11}$$

Проведя преобразования, получим оценку:

$$|\ z^1 - z_1\ | \le |w_{ii}| \bullet \min(\alpha, \beta), \tag{12}$$

$$|\ y^1 - y_1\ | \le \sum |w_{ii}| \bullet \min(\alpha, \beta), \tag{13}$$

Очевидно, что условия *(10), (11)* будут выполняться только в случае

$$|w_{ii}| \le 1, \tag{14}$$

$$\sum |w_{ii}| \le 1. \tag{15}$$

Для выполнения условий вида (14), (15) необходимо ввести нормирование матриц $W_1 = \{w_{ij}\}$, где $i,j = 1, 2, 3$ и $W_2 = (w_1, w_2, w_3)$.

Норма матрицы W_1 вводится таким образом, чтобы $\|W_1\| \geq w_{ij}$, где $i,j = 1, 2, 3.$

Матрица W_1 принимает вид $W_1 = \|W_1\| \bullet W_1^1$, где W_1^1 - нормированная матрица, элементы которой $\left|w_{ii}^1\right| = \dfrac{w_{ii}}{\|W_1\|}$ и $\left|w_{ii}^1\right| \leq 1$.

Норма матрицы W_2 вводится таким образом, чтобы $\|W_2\| \geq w_i$ и $\left|w_i^1\right| = \dfrac{w_i}{\|W_2\|} \leq \dfrac{1}{n}$, где $i = 1, 2, 3$, n-число нейронов предыдущего слоя.

Тогда матрица W_2 примет вид $W_2 = \|W_2\| \bullet W_2^1$,

где W_2^1 нормированная матрица, элементы которой $\sum \left|w_i^1\right| \leq 1$.

Выходной вектор Y, с введенным нормированием принимает вид:

$Y = Z \bullet W_2 = X \bullet W_1 \bullet W_2 = X \bullet \|W_1\| \bullet W_1^1 \bullet \|W_2\| \bullet W_2^1 = X \bullet \|W_1\| \bullet \|W_2\| \bullet W_2^1 \bullet W_1^1 = X^1 \bullet W_2^1 \bullet W_1^1$,

где $X^1 = X \bullet \|W_1\| \bullet \|W_2\|$,

X^1 является нечетким вектором вида

$X^1 = (< x_1^1, \alpha_1, \beta_1 >, < x_2^1, \alpha_2, \beta_2 >, < x_3^1, \alpha_3, \beta_3 >)$.

В соответствии с определением нечеткой операции (4), размытость процедуры при постоянном множителе не изменится.

Таким образом, подавая на вход сигнал вида (7) и используя введенное нормирование матриц, получаем выполнение условий вида (10), (11). Это позволит данной нейронной сети функционировать в заданном режиме.

Настройка нейронных сетей с помощью нечетко определенных элементов позволит сети работать в более гибком режиме, с более широким диапазоном получаемых значений, что увеличивает функциональные возможности сети и расширяет круг решаемых задач.

1. Дж. Маккалок (J. McCulloch) и У. Питтс (W. Pitts) "Логическое исчисление идей, относящихся к нервной деятельности" (1943).

2. George J.Klir, Fuzzy arithmetic with requisite constraints, Fuzzy Sets and Systems 91 (1997) 165-175.

3. L. A. Zadeh, Information and Control 8 (1965) 338-353.

4. Комашинский В. И., Смирнов Д. А. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи. – М. Горячая линия – телеком, 2003.

5. Полегенько И. Г. Размытые группы. Сборник материалов конференции. – Алматы: Академия «Престиж» (2002) 53 – 56.

6. Полегенько И. Г. Пространство нечетких векторов. Сборник материалов конференции. – Алматы: Академия «Престиж» (2003) 126 – 132.